

10.4 Теориялық сұрақтар

1. Шегермелер туралы Коши теоремасы.
2. Егер $|z|=R$ шеңберінің сыртында $f(z)$ функциясының $z=\infty$ нүктесінен басқа айрықша нүктесі жоқ болса, онда $\oint_{|z|=R} f(z)dz$ неге тең?
3. Егер кез келген x үшін $Q_n(x) \neq 0$ және $n \geq m+2$, яғни бөлімінің дәрежесі алымының дәрежесінен тым болмаса екі бірлікке жоғары болса, онда $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} dx$ интегралы неге тең және мұндағы σ дегеніміз нені білдіреді?
4. $\int_0^{\infty} R(x) \cos \lambda x dx$, $\int_0^{\infty} R(x) \sin \lambda x dx$ интегралдарын есептеуде қолданылатын теорема.
5. $E(x, y) = E_x(x, y)\mathbf{i} + E_y(x, y)\mathbf{j}$ белгіленуі нені білдіреді?
6. Векторлық өрістің комплекстік түрінде жазылымын көрсетіңіз.
7. *Комплекстік потенциалы ұғымы.*
8. Күш функциясы және потенциалдық функциялардың белгіленулері.
9. Өрістің күш сызықтары және эквипотенциалдық сызықтар дегеніміз не?
10. Кернеулік векторының C тұйық контуры арқылы ағымы.
11. Егер a - $w'(z)$ функциясының полюсі және w функциясы a нүктесінің аймағында $w(z) = \frac{c_{-n}}{(z-a)^n} + \dots + \frac{pi}{z-a} + 2qi \ln \frac{1}{z-a} + c_0 + c_1(z-a) + \dots$ түрінде жіктелсе, онда қатардың $2qi \ln \frac{1}{z-a}$ мүшесі нені білдіреді?
12. Егер a - $w'(z)$ функциясының полюсі және w функциясы a нүктесінің аймағында $w(z) = \frac{c_{-n}}{(z-a)^n} + \dots + \frac{pi}{z-a} + 2qi \ln \frac{1}{z-a} + c_0 + c_1(z-a) + \dots$ түрінде берілсе, онда қатардың $\frac{pi}{z-a}$ мүшесі нені білдіреді?
13. Егер a - $w'(z)$ функциясының полюсі және w функциясы a нүктесінің аймағында $w(z) = \frac{c_{-n}}{(z-a)^n} + \dots + \frac{pi}{z-a} + 2qi \ln \frac{1}{z-a} + c_0 + c_1(z-a) + \dots$ жіктелуі берілсе, онда қатардың қалған $\frac{c_{-k}}{(z-a)^k}$ ($k=2, \dots, n$) мүшелері нені сипаттайды?
14. Шексіздікте $w(z) = c_n z^n + \dots + piz + 2qi \ln z + c_0 + \frac{c_{-1}}{z} + \dots$ жіктелінуі орынды болса, онда $2qi \ln z$ мүшесі нені білдіреді?

15. Шексіздікте $w(z) = c_n z^n + \dots + piz + 2qi \ln z + c_0 + \frac{c_{-1}}{z} + \dots$ жіктелінуі берілсе, онда piz мүшесі нені білдіреді?

10.5 Аудиториялық тапсырмалар

№1. $\int_{|z|=4} \frac{e^z - 1}{z^2 + z} dz$ интегралын есептеңіз.

№2. $\int_{|z|=2} \operatorname{tg} z dz$ интегралын есептеңіз.

№3. $\int_{|z-i|=3/2} \frac{e^{\frac{1}{z^2}}}{z^2 + 1} dz$ интегралын есептеңіз.

№4. $\int_{|z|=2} \frac{1}{z-1} \sin \frac{1}{z} dz$ интегралын есептеңіз.

№5. $I = \int_{|z|=2} \frac{dz}{1+z^4}$ интегралын есептеңіз.

№6. $I = \int_{|z|=3} \frac{z^{17}}{(z^2+2)^3(z^3+3)^4} dz$ интегралын есептеңіз.

№7. $I = \int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+a^2)^2}$, ($a > 0$) интегралын есептеңіз.

№8. $\int_0^{\infty} \frac{x \sin ax}{x^2+k^2} dx$, $a > 0, k > 0$ интегралын табыңыз.

№9. Берілген комплекс потенциал бойынша күш және потенциал функцияларын, өріс кернеуін, жазық нүктелік зарядын және диполін анықтаңыз, және де күш сызықтары мен эквипотенциалдық сызықтарды тұрғызыңыз.

№10. Күш сызықтары

$$x^2 - y^2 + 2xy + x = c \quad (c - \text{const})$$

теңдеуімен берілген электр статикалық өрісінің сипаттамасын беретін комплекстік потенциалды құрыңыз.